

Çizge Kesit Yöntemi ile Hiperspektral Görüntülerde Anomali Tabanlı Hedef Tespiti

Anomaly based Target Detection in Hiperspectral Images via Graph Cuts

Emrehan Batı^{*†}, Acar Erdinç[‡], Davut Çeşmeci[§], Akın Çalışkan^{*†},
Alper Koz^{*}, Selim Aksoy[‡], Sarp Ertürk[§], A. Aydın Alatan^{*†}

^{*}ODTÜ Görüntü Analizi Uygulama ve Araştırma Merkezi (OGAM),

[†] ODTÜ Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Ankara, Türkiye

Email: {ebati, akinc, koz}@metu.edu.tr, alatan@eee.metu.edu.tr

[‡]Bilkent Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği, Ankara, Türkiye

Email: acar.erdinc@bilkent.edu.tr, saksoy@cs.bilkent.edu.tr

[§]Kocaeli Üniversitesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği, Kocaeli, Türkiye

Email: davutcsmc@gmail.com, sertur@kocaeli.edu.tr

Özetçe —Hiperspektral hedef tespiti için yürütülen çalışmalar genel olarak iki sınıfta değerlendirilebilir. İlk sınıf olan anomali tespit yöntemlerinde, hedefin görüntünün geri kalanından farklı olduğu bilgisi kullanılarak görüntü analiz edilmektedir. Diğer sınıfta ise daha önceden bilgisi edinilmiş hedefe ait spektral imza ile görüntüdeki her bir piksel arasındaki benzerlik bulunarak hedefin konumu tespit edilmektedir. Her iki sınıf yöntemin de önemli bir dezavantajı hiperspektral görüntü piksellerini bağımsız olarak değerlendirip, aralarındaki komşuluk ilişkilerini göz ardı etmesidir. Bu makalede anomali tespit ve imza tabanlı tespit yaklaşımlarını, pikseller arası komşuluk ilişkilerini de göz önünde bulundurarak birleştiren çizge yaklaşımına dayalı yeni bir yöntem önerilmiştir. Hedeflerin hem imza bilgisine sahip olduğu hem de anomali sayılabilecek ölçülerde olduğu varsayılarak önerilen çizge yaklaşımında önplan için imza bilgisi kullanan özgün bir türev tabanlı uyumlu filtre önerilmiştir. Arka-plan için ise seyreklik bilgisi kullanarak Gauss karışım bileşeni kestirimi yapan yeni bir anomali tespit yöntemi geliştirilmiştir. Son olarak komşular arası benzerliği tanımlamak için ise spektral bir benzerlik ölçütü olan spektral açı eşleştiricisi kullanılmıştır. Önerilen çizge tabanlı yöntemin önplan, arka-plan ve komşuluk ilişkilerini uygun şekilde birleştirdiği ve önceki yöntemlere göre hedefi gürültüden arınmış bir bütün şeklinde başarıyla tespit edebildiği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler—çizge kesit, anomali, spektral imza, hiperspektral imge

Abstract—The studies on hyperspectral target detection until now, has been treated in two approaches. Anomaly detection can be considered as the first approach, which analyses the hyperspectral image with respect to the difference between target and the rest of the hyperspectral image. The second approach compares the previously obtained spectral signature of the target with the pixels of the hyperspectral image in order to localize the target. A distinctive disadvantage of the aforementioned approaches is to treat each pixel of the hyperspectral image individually, without considering the neighbourhood relations between the pixels. In this paper, we propose a target detection algorithm which combines the anomaly detection and signature based hyperspectral target detection approaches in a graph based

framework by utilizing the neighbourhood relations between the pixels. Assuming that the target signature is available and the target sizes are in the range of anomaly sizes, a novel derivative based matched filter is first proposed to model the foreground. Second, a new anomaly detection method which models the background as a Gaussian mixture is developed. The developed model estimates the optimal number of components forming the Gaussian mixture by means of utilizing sparsity information. Finally, the similarity of the neighbouring hyperspectral pixels is measured with the spectral angle mapper. The overall proposed graph based method has successfully combined the foreground, background and neighbouring information and improved the detection performance by locating the target as a whole object free from noises.

Keywords—graph cuts, anomaly, spectral signature, hyperspectral image

I. GİRİŞ

Hiperspektral görüntüleme sistemlerindeki gelişmelerle birlikte hiperspektral verilerde hedef tespitine olan ilgi artmıştır. Elektromanyetik spektrum boyunca sık ve bitişik dalga boyu aralıklarında bilgi sağlayan hiperspektral sensörler, uzamsal alanda da aranan hedeflerin tespitine olanak verecek çözünürlüklerde veri sağlamaktadır. Uzamsal ve spektral bilgi birleştirilerek oluşturulan veri küpünün her bir piksel için sağladığı detaylı bilgiler hedefin arka plandan ayırt edilebilmesine olanak sağlanmaktadır [1]. Bu gelişmeler ile birlikte hiperspektral görüntüler üzerinde hedef tespiti jeolojik yapıların belirlenmesinden maden tespitine ve askeri hedef bulmadan tıbbi teşhise kadar birçok alanda yer almaya başlamıştır.

Hedef tespit algoritmaları aranan hedefin spektral imzasının bulunup bulunmamasına bağlı olarak değerlendirilebilir. Hedef imza bulunmadığı takdirde, hedefin görüntüdeki diğer piksellere göre aykırı, yani anomali olmasına dayanan anomali tespit yöntemleri kullanılmaktadır [1]. Anomali, eldeki veri setinin genel özelliklerine uymayan veri olarak tanımlanabilir.

Literatürde yer alan yöntemler arasından Reed-Xiaoli (RX) yöntemi basit yaklaşımı ile ilgi çekmektedir [2], [3]. Bu yöntemde görüntüdeki tüm pikseller arka plan modellemesinde kullanılır. Bütün imzalara bir Gauss modeli oturtulur ve her pikselin bu modelden uzaklığı Mahalanobis metriği ile ölçülür, uzak olan pikseller anomali olarak belirlenir. RX yönteminin Bölgesel RX ve Çekirdek RX gibi türevleri geliştirilerek başarımı arttırılmıştır [4]. İkinci yöntemde, hedefe ait spektral imza, görüntü içindeki piksellerle karşılaştırılarak görüntünün, aranan hedefi içerip içermediğine karar verilir. Literatürde spektral uyumlu filtre (SUF) yöntemi olarak adlandırılan yöntem bu amaçla sıklıkla kullanılmaktadır [5]. Direk olarak arkaplan modellemesi kullanmayan SUF yöntemine karşın, dikgen altuzay belirleme (DAB) ve istenen hedefi bulma ve sınıflandırma algoritması (HBSA) gibi yeni yöntemler arka plan modellemesi yaparak başarımı arttırmaktadır.

Bahsedilen iki yaklaşımdan anomali tespit yöntemleri imza bilgisi gerektirmediğinden dolayı daha geniş bir uygulama alanına sahip olmasına karşın hedef olmayan anomalileri de bulması nedeniyle fazlaca yanlış alarm verebilmektedir. İmza tabanlı yöntemler ise kullanılan imza bilgisiyle daha kesin sonuçlar üretmesine rağmen eşik değeri seçme, gürültüden arındırma gibi son işlemlere ihtiyaç duymaktadır. Bununla beraber her iki yaklaşım da pikselleri bağımsız olarak değerlendiren komşuluk ilişkilerini göz ardı etmektedir.

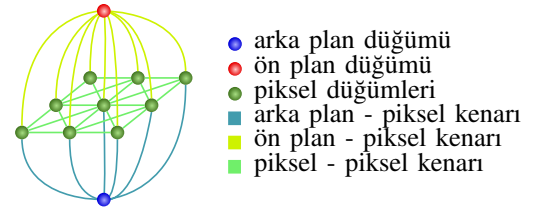
Bu makalede anomali tespit ve imza tabanlı tespit yaklaşımlarını, pikseller arası komşuluk ilişkilerini de göz önünde bulundurarak birleştiren çizge yaklaşımına dayalı yeni bir yöntem önerilmiştir. Hedeflerin hem imza bilgisine sahip olduğu hem de anomali sayılabilecek ölçülerde olduğu varsayılarak önerilen çizge yaklaşımında önplan için imza bilgisi kullanan özgün bir türev tabanlı uyumlu filtre (TTUF) önerilmiştir. Arkaplan için ise seyreklik bilgisi kullanarak Gauss karışım bileşeni kestirimi yapan yeni bir anomali tespit yöntemi önerilmiştir. Son olarak komşular arası benzerliği tanımlamak için ise spektral bir benzerlik ölçütü olan spektral açı eşleştiricisi kullanılmıştır. Önerilen çizge tabanlı yöntemin önplan, arkaplan ve komşuluk ilişkilerini uygun şekilde birleştirdiği ve önceki yöntemlere göre hedefi gürültüden arınmış bir bütün şeklinde başarıyla tespit edebildiği gözlemlenmiştir.

Önerilen çizge kesit yöntemi ve bu yöntemde kullanılan önplan ve arkaplan modeliyle komşuluk ilişkisi Bölüm II'de açıklanmıştır. Deneysel çalışmalar Bölüm III'de ve bunların analizleri Bölüm IV'de verilmiştir. En son bölümde ise vargılar sunulmuştur.

II. ÇİZGE KESİT YÖNTEMİ

Hedef tespiti için istenilen özellikler bir enerji ile formülize edilip, bütün imge için bu enerji fonksiyonunun enküçültülmesi ile de hedef tespiti gerçekleştirilebilir. Enküçültülecek enerji (E) Denklem 1'de verilmiştir. Bu denklemde enerjiyi etkileyen iki ana unsur vardır. Birinci terim, veri terimi (D), verinin önceden belirlenmiş önplan ve arkaplan modellerine uyumluluğunu göstermektedir. İkinci terim ise, düzlük terimi (V) olarak adlandırılır etiketlemedeki pürüzsüzlüğü ifade etmektedir.

$$E(\alpha, z) = D(\alpha, z) + V(\alpha, z) \quad (1)$$



Şekil 1. Denklem 1'de ifade edilen enerji fonksiyonunun çizge gösterimi. Yeşil, kırmızı ve mavi noktalar sırasıyla piksel, önplan ve arkaplan düğümlerini, sarı ve yeşil doğrular veri terimini oluşturan kenarları, yeşil doğrular ise düzlük terimini oluşturan kenarı ifade etmektedir.

Denklem 1'de $D(\cdot)$ veri terimini, $V(\cdot)$ düzlük terimini ve z piksel spektral imzasını göstermektedir. $D(\cdot)$ fonksiyonuna girdi olarak giren α parametresi ise pikselin arkaplan veya önplan etiketine sahip olmasına göre sırasıyla 0 veya 1 değerini almaktadır. Örneğin, $D(\alpha = 0, z)$, z piksel spektral imzasının arkaplana uyumluluğunu, $D(\alpha = 1, z)$ ise, z piksel spektral imzasının önplana uyumluluğunu göstermektedir.

Denklem 1'de ifade edilen enerji fonksiyonları literatürde, Şekil 1'de gösterildiği gibi, çizge olarak ifade edilmiştir [6]. Bu çizgede imgenin her pikseli için bir düğüm tanımlanır. Bunlara ek olarak önplan ve arkaplan bağlantılarını gösteren iki yardımcı düğüm daha tanımlanır. Veri terimi, piksel düğümü ile yardımcı düğümler arası kenarlara, düzlük terimi ise düğümler arası kenarlara karşılık gelmektedir. Bu çizgeyi, iki yardımcı düğüm farklı tarafta kalacak şekilde ikiye ayırma kesit olarak ifade edilir. Bu kesitin kopardığı bağlantı şiddetlerinin toplamı ise kesit enerjisi olarak adlandırılır. Kesit enerjisi en düşük olan kesit ise enküçük kesit olarak tanımlanır. Enküçük kesit aynı zamanda Denklem 1'de tanımlanan E enerjisini enküçültme etiketlemeye (α) karşılık gelmektedir. Dolayısıyla enerji enküçültme işlemi için literatürde kullanılan enküçük kesit - enbüyük akış [7] algoritması kullanılmıştır.

Veri terimini oluşturan önplan ve arkaplan modelleri sırasıyla II-A, II-B altbölümlerinde, düzlük terimi ise II-C altbölümünde verilmiştir.

A. Önplan Modeli

Hiperspektral görüntüler üzerinde hedef tespit işlemi gerçekleştirilirken, referans spektral imza ile veriye ait imzanın uyumuna bakılmaktadır. Belirli bir hedefe ait spektral imzaların karakteristik davranışları, genel ve üzerine bindirilmiş yerel yönelimlerden oluşmaktadır. Ancak, farklı spektrometrelerden edinilen spektral imzaların genel yönelimlerinde farklılıklar bulunabilmektedir ve bu nedenle spektral imzalar arasındaki uyumu ölçen ölçütler hatalı eşleştirme yapabilmektedirler [8]. Spektral imzalar arasındaki genel yönelimin etkisini azaltmak ve yerel karakteristik davranışları kuvvetlendirmek amacıyla türev bilgisi kullanılmaktadır. Böylece, spektral imzaların yerel karakteristik yönelimlerinin daha belirleyici olduğu durumlarda türev bilgisinin kullanılması benzer ve farklı sınıflar arasındaki ayrımı kolaylaştırmaktadır.

Spektral imzaların yerel karakteristik değerleri nesneyi tanımlayan anlamlı yönelimler ve gürültü etkisi olarak iki farklı etkeni barındırmaktadır. Türev işlemi ile yerel karakteristik özellikler kuvvetlendirildiğinde, gürültü etkisi de kuvvetlendirilmektedir. Bu nedenle, türev işlemi öncesinde,

özellikle gürültü oranı yüksek veriler için gürültü giderimi gerçekleştirilmesi uygun olacaktır. Bu çalışma kapsamında Denklem 2 Savitzky-Golay [9] filtresi (SGO) kullanılmıştır.

$$\tilde{y} = \frac{d\psi(z, k, I)}{dw} \quad (2)$$

Denklem 2'deki eşitlikte, x spektral imzayı, $\psi(\cdot)$ SGO filtresini, k ve l değişkenleri ise SGO filtresinin sırasıyla derece ve pencere boyutu parametrelerini göstermektedir. w dalga boyunu, $\tilde{y}$ ise filtrelenmiş ve türevi alınmış spektral imzayı tanımlamaktadır. SGO filtresinin derece ve pencere boyutu parametreleri deneysel çalışmalar sonucunda sırasıyla 3 ve 15 olarak belirlenmiştir.

Veriye ait filtrelenmiş türev imzaları ile referans türev imzası arasındaki genlik farkının giderilmesi amacıyla vektörel normalizasyon işlemi, $\hat{y} = \frac{y}{\|y\|}$, uygulanmaktadır. Burada $\|\cdot\|$ sembolü öklid normunu, $\hat{y}$ ise normalize edilmiş spektral imzayı ifade etmektedir. Normalizasyon sonrasında spektral imzalar üzerinden hedef tespit işlemi gerçekleştirilmektedir. Önerilen çizge kesit yönteminde TTUF önplan modellemesi olarak kullanılmıştır. TTUF sonucu, $\hat{y}$, Denklem 1'de verilen çizge enerjisi denkleminde $D(\alpha = 1, z)$ terimine karşılık gelmektedir.

B. Arkaplan Modeli

RX yöntemi gibi geleneksel anomali tespiti yöntemleri hiperspektral verinin heterojen karakteristiğe sahip olduğu durumlarda başarısız sonuçlar vermektedir. Çok sınıflı bu verilerde Gauss karışım modeli daha başarılı bir arka plan modellemesine olanak sağlamaktadır. Verideki her bir sınıfın farklı Gauss bileşeniyle modellendiği bu durumda ise karşımıza başka kısıtlamalar ve problemler çıkmaktadır. İlk problem, toplam Gauss bileşeni sayısının önceden bilinmemesidir. Bir diğer problem ise, yüksek boyutlulukta kompleks karışım modeli öğrenirken yaşanabilecek hesaplama hatasıdır. Gauss bileşen sayısı verideki sınıfların bilinmediği durumlarda deneysel olarak tespit edilebilirken, yüksek boyutluluk için boyut indirgeme yöntemlerine başvurulmaktadır. Ancak, boyut indirgeme yöntemleriyle spektral karakteristik korunamamaktadır.

Bu çalışmada, belirtilen problemler göz önünde bulundurularak spektral ayrıştırma ve Gauss karışım modeli tabanlı bir anomali tespit yöntemi önerilmiştir. Öncelikle yüksek boyutlu spektral veri belirli sayıda düşük boyutlu komşu bant gruplarına ayrılır. Belirlenen her bir bant grubunda spektral ayrıştırma yapılarak baskın son elemanlar tespit edilir. Tespit edilen son elemanlar arka plan modellemesi için Gauss bileşen sayısının belirlenmesinde kullanılır. Son olarak her bir grup için öğrenilen Gauss karışım modelleri birleştirilerek piksel anomali olasılıkları belirlenir. Spektral bant aralıkları seçimi deneysel bir yaklaşım kullanılmıştır. Spektral imzası bilinen çeşitli malzemelerin farklı bant aralıklarındaki değişimleri incelenerek dört spektral bant grubu belirlenmiştir.

Spektral bant aralıkları belirlendikten sonra veriye spektral çözümleme uygulanır. Bunun için önceden hazırlanmış, veride gözlemlenmesi beklenen son eleman imzalarını içeren bir spektral kütüphane kullanılmaktadır. Spektral ayrıştırma her

bir pikselin doğrusal karışım ile ifade edilebileceğini varsaymaktadır. Güncel olarak önerilen yöntemlerden biri ise son eleman sayısının önceden bilinmesini gerektirmeyen seyrek ayrıştırma [10]. Denklem 3'de verilen şekilde formüle edilen seyrek ayrıştırma problemine $z \in R^L$ gözlemlenen piksel, $y \in R^M$ piksel bolluk vektörü, $A \in R^{L \times M}$ spektral kütüphane, ve λ düzenleştirme (seyreklik) katsayısıdır. L spektral bant sayısı, M kütüphane imza sayısıdır. Hesaplanan bolluk oranları uzamsal görülme sıklığı ve piksel altı yoğunluğuna göre eşiklenerek baskın son elemanlar belirlenir.

$$\min_y \frac{1}{2} \|Ay - z\|_2^2 + \lambda \|y\|_1 \quad \text{koşul: } y \geq 0 \quad (3)$$

Son adım olarak her bir spektral bant grubunda Gauss karışım modeli öğrenilir. Bileşen sayısı olarak önceki adımda belirlenen baskın son eleman sayısı kullanılırken, bileşenlerin başlangıç değerleri, ilgili son elemanları yoğun olarak barındıran piksellerden hesaplanır. Sonuçların birleştirilmesi için ise pikseller arası enbüyüklenme yapılarak herhangi bir bant grubunda anomali olarak karşımıza çıkan pikseller belirlenir. Herbir piksel için bu şekilde hesaplanan olasılık değerleri ile ters orantılı olarak anomali olasılığı atanır [11]. Önerilen çizge kesit yönteminde geliştirilen anomali tespit yöntemi arkaplan modellemesi için kullanılmıştır. Herbir piksel için Gauss karışım modeli ile elde edilen olasılık değeri Denklem 1'de verilen çizge enerjisi denkleminde $D(\alpha = 0, z)$ terimi olarak kullanılmıştır.

C. Düzlük Terimi

Düzlük terimi için Denklem 4'de verilen komşu pikseller arası spektral açı eşleştiricisi (Spectral Angle Mapper - SAM [12]) kullanılmıştır.

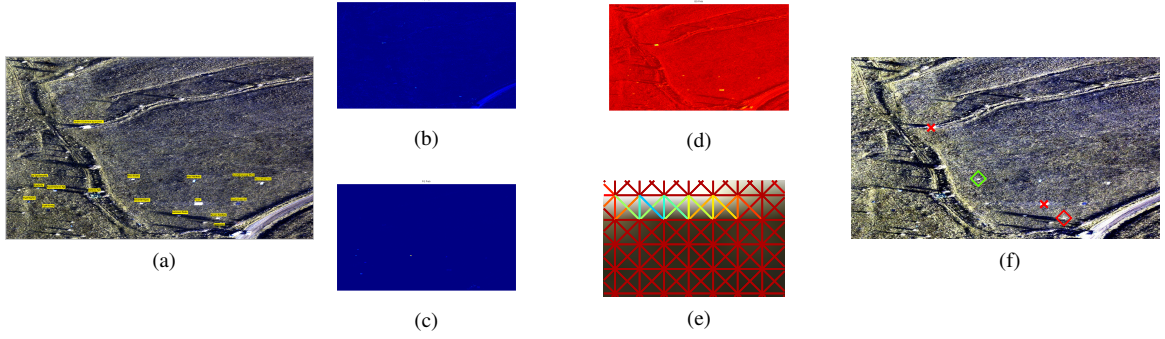
$$\theta = \arccos\left(\frac{\langle x, y \rangle}{\|x\| \|y\|}\right) \quad (4)$$

Bu metrik albedo değişimlerine karşı dayanıklı olması nedeniyle spektral imgelerde imza benzerliği için sıkça kullanılmaktadır [13].

III. DENEYLER

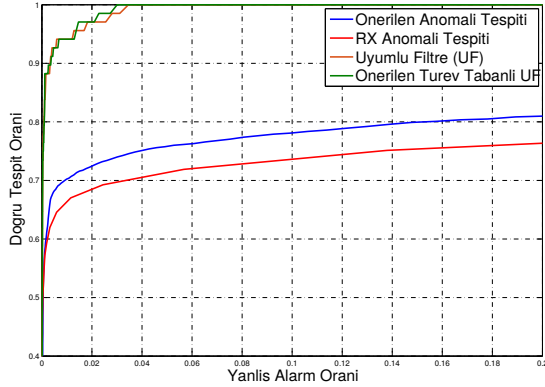
Deneylerde yerden 500 m yükseklikten görünür-yakın kızılötesi (VNIR) kamera ile 400-1000 nm arası, 4.9 nm spektral çözünürlük ile çekilen görüntüler kullanılmıştır. Şekil 2a'da veri elde etmek için tasarlanan deney ortamı, kullanılan malzemeler etiketlenerek gösterilmiştir. Algoritmaların başarımlarını ölçümü için doğru tespit oranı (DTO) ve yanlış alarm oranı (YAO) kullanılmıştır. DTO, toplam hedeflerden ne kadarının doğru olarak işaretlenebildiğini gösterirken, YAO toplam yanlış örneklerin ne kadarının hedef olarak işaretlendiğini gösterir.

Deneyler üç bölümde gerçekleştirilmiştir. İlk bölümde, uyumlu filtre yöntemi ile türev tabanlı uyumlu filtre yöntemi karşılaştırılmıştır. Görüntüdeki parçalı halıfleks bölgesi, halıfleksin spektrometre ile alınan imzası kullanılarak aranmıştır. İki yöntemin başarımları Şekil 3'de verilen DTO - YAO eğrisinde karşılaştırılmıştır. Önerilen türev tabanlı yöntemin bir miktar olsa da başarımları artırdığı gözlemlenmektedir.



Şekil 2. (a) Deney ortamını gösteren imge (b) Parçali Halıfleks hedefi ve (c) Mavi Strafor hedefi Türev Tabanlı Uyumlu Filtre sonucu, (d) önerilen anomali tespiti sonucu, (e) Komşuluk ilişkisi gösteren imge, (f) Parçali Halıfleks hedefi (yeşil) ve Mavi Strafor hedefi (kırmızı) tespit sonucu

İkinci bölümde, RX algoritması ile önerilen anomali tespit yöntemi karşılaştırılmıştır. Görüntülenen ortama yerleştirilen malzemelerin hepsi yer gerçeklik verisine anomali olarak eklenmiştir. Karşılaştırılan iki yöntemin başarımı Şekil 3’de DTO - YAO eğrisi çizilerek gösterilmiştir. Önerilen yöntemin başarım farkı şekilde açıkça gözlemlenmektedir.



Şekil 3. Uyumlu Filtre, önerilen türev tabanlı uyumlu filtre, RX ve önerilen anomali tespit yönteminin karşılaştırması

Son bölümde önerilen çizge kesit yönteminin başarısı test edilmiştir. Deney çalışması için, hazırlanan deney ortamında bulunan ve imzası spektrometre ile elde edilen mavi strafor ve parçali halıfleks malzemeleri kullanılmıştır. Şekil 2e’de komşular arası ilişki gözlemlenmektedir. Kırmızı renk kuvvetli bağı, mavi renk ise zayıf bağı temsil etmektedir. Benzer spektral imzalı komşu pikseller arasındaki bağı kuvvetliyen, spektral imzaları farklı olan pikseller arası geçişlerde bağların, farklılık ile orantılı olarak zayıfladığı gözlemlenmektedir.

Sonuçlar Şekil 2f’de verilmiştir. Yeşil renk parçali halıfleks hedef tespitinin, kırmızı renk ise mavi strafor hedef tespitinin sonuçlarını göstermektedir. Çarpı şekli yanlış tespiti, dörtgen ise doğru tespiti simgelemektedir. Hedef tespitinde kaçırma olmamıştır. Kullanılan çizge tabanlı yöntemde önplan ve arkaplana uygunluk dışında, yerel komşuluk ilişkileri de göz önünde bulundurulduğundan dolayı hedef bir bütün olarak, herhangi bir son işleme ihtiyaç duymadan çıkarılabilmektedir.

IV. VARGILAR

Çizge kesit kavramının hiperspektral hedef tespitinde uygulandığı bu çalışmamızda vardığımız vargılar üç maddede

özetlenebilir. İlk olarak, önerilen türev tabanlı uyumlu filtre yönteminin başarımının literatürde sıklıkla kullanılan uyumlu filtreden daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. İkinci olarak önerilen anomali tespit yöntemi kullandığı Gauss karışım modeline dayalı arkaplan modellemesi ile, geleneksel RX anomali tespit yönteminden daha yüksek başarımlar göstermiştir. Son olarak, kullanılan çizge tabanlı yöntemin önplan, arkaplan ve komşuluk ilişkilerinin getirdiği bilgileri uygun şekilde birleştirdiği ve buna dayalı olarak, hedefi bir bütün olarak, gürültüden arınmış bir şekilde, tespit edebildiği gözlemlenmiştir.

TEŞEKKÜR

Yazarlar HAVELSAN A.Ş.’ne sağladığı destek için teşekkür eder.

KAYNAKÇA

- [1] D. Manolakis *et al.*, “Is there a best hyperspectral detection algorithm?” in *SPIE Defense, Security, and Sensing*, 2009.
- [2] H. Kwon and N. M. Nasrabadi, “Kernel rx-algorithm: a nonlinear anomaly detector for hyperspectral imagery,” *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Trans. on*, vol. 43, no. 2, 2005.
- [3] S. M. Schweizer and J. M. Moura, “Efficient detection in hyperspectral imagery,” *Image Processing, IEEE Trans. on*, vol. 10, no. 4, 2001.
- [4] D. Stein *et al.*, “Anomaly detection from hyperspectral imagery,” *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 19, no. 1, Jan 2002.
- [5] Q. Du *et al.*, “A comparative study for orthogonal subspace projection and constrained energy minimization,” DTIC, Tech. Rep., 2003.
- [6] V. Kolmogorov and R. Zabini, “What energy functions can be minimized via graph cuts?” *PAMI, IEEE Trans. on*, vol. 26, no. 2, 2004.
- [7] Y. Boykov and V. Kolmogorov, “An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision,” *PAMI, IEEE Trans. on*, vol. 26, no. 9, Sept 2004.
- [8] J. Peng *et al.*, “Asymmetric least squares for multiple spectra baseline correction,” *Analytica Chimica Acta*, vol. 683, no. 1, 2010.
- [9] A. Savitzky and M. J. E. Golay, “Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures,” *Analytical Chemistry*, vol. 36, no. 8, 1964.
- [10] M.-D. Iordache *et al.*, “Sparse unmixing of hyperspectral data,” *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Trans. on*, vol. 49, no. 6, June 2011.
- [11] A. Erdinc and S. Aksoy, “Anomaly detection with sparse unmixing and gaussian mixture modeling of hyperspectral images,” *IGARSS*, 2015.
- [12] F. Kruse *et al.*, “The spectral image processing system (sips)—interactive visualization and analysis of imaging spectrometer data,” *Remote Sensing of Environment*, vol. 44, no. 2–3, 1993, airborne Imaging Spectrometry.
- [13] P. E. Dennison *et al.*, “A comparison of error metrics and constraints for multiple endmember spectral mixture analysis and spectral angle mapper,” *Remote Sensing of Environment*, vol. 93, no. 3, 2004.